

10 $\alpha = \frac{10.4958 \times 10^5 - 9.99 \times 10^5}{5-0} = 9.996 \times 10^3 \text{ Pa/m} \Rightarrow P = 9.996 \times 10^3 h + \beta$

به منظور یافتن مقدار β ثابت برای ارتفاع $h=0$ را به جایگذاری می‌کنیم

$$\begin{cases} h=0 \\ P = 9.99 \times 10^5 \text{ Pa} \end{cases} \Rightarrow 9.99 \times 10^5 = 9.996 \times 10^3 \times (0) + \beta$$

$$\Rightarrow \beta = 9.99 \times 10^5 \text{ Pa}$$

بنابراین:
$$P = 9.996 \times 10^3 h + 9.99 \times 10^5 \Rightarrow P = 9.996 \times 10^3 (h + 100) *$$

* توجه: h در اینجا ارتفاع دیواره مخزن است (نسبت به سطح آزاد سیخیده نمی‌شود)
 ✓ تغییر فشار در سیال تابعی از عمق نیست.

$$\frac{dP}{dy} = -\gamma \Rightarrow dP = -\gamma dy = -\rho g dy \quad *$$

For Ideal gas $P.V = nRT \Rightarrow P = \rho \bar{R} T$

در دمای ثابت $T = \text{cte}$ $P \propto \rho \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{P_0} P$

* جایگذاری در رابطه $dP = -\frac{\rho_0}{P_0} P \cdot g \cdot dy \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0} g dy \Rightarrow \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = \int_{y_0}^y -\frac{\rho_0}{P_0} g dy$

یا دایوری $\int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = \ln n - \ln n_0 = \ln\left(\frac{n}{n_0}\right)$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{\rho_0}{P_0} g (y - y_0) \xrightarrow[\text{exp گرفتن از دو طرف}]{\text{از دو طرف}} \frac{P}{P_0} = \exp\left[-\frac{\rho_0}{P_0} g (y - y_0)\right]$$

$$\Rightarrow P = P_0 \exp\left[-\frac{\rho_0}{P_0} g (y - y_0)\right]$$
 فشار نقطه اولی ← ارتفاع نقطه اولی
 فشار نقطه ثانویه ← ارتفاع نقطه ثانویه
 ثابت ρ_0 داشته نقطه اولی

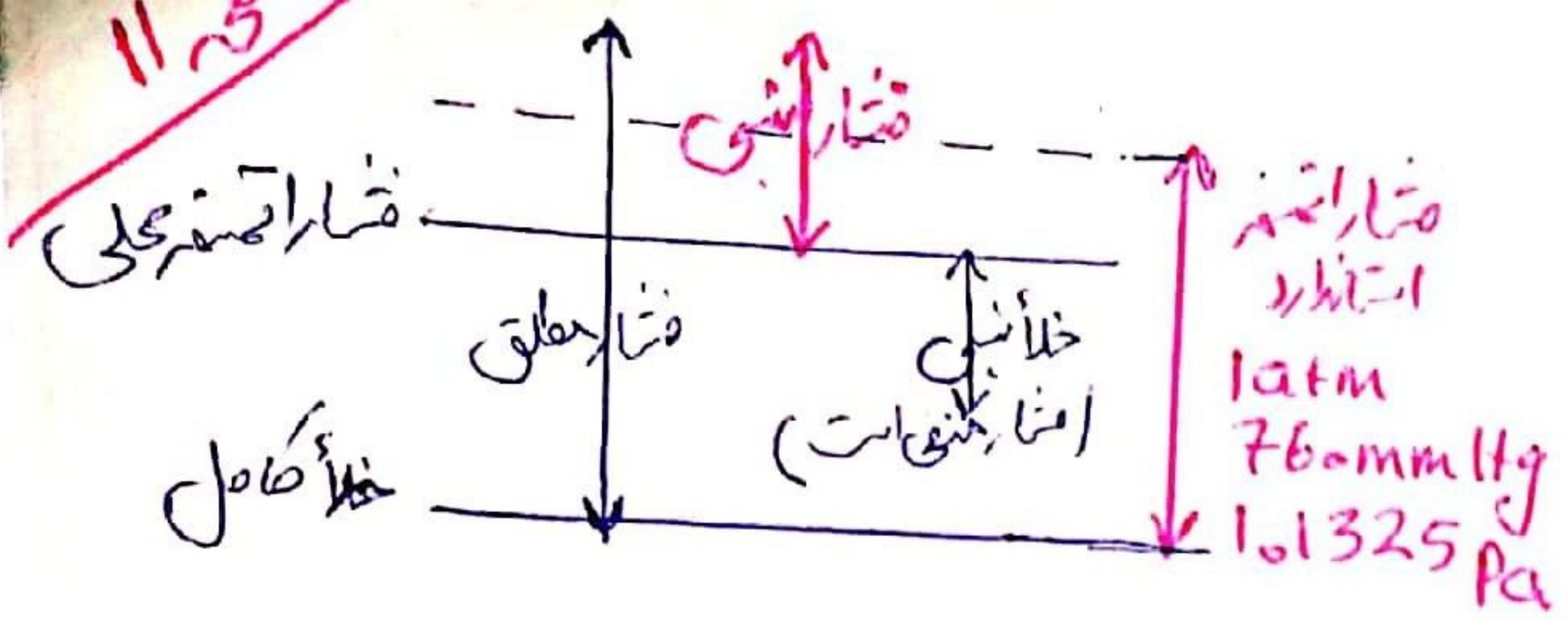
✓ مثال: فرض کنید دمای اتمسفر ثابت باشد، فشار و جرم مخصوص هوا را در ارتفاع 2000 m از سطح دریا را بیابید.

مبداء: سطح دریا در نقطه اولی $y = 2000 \text{ m}$ $y_0 = 0$ $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ $\rho_0 = 1.24 \text{ kg/m}^3$ (جرم مخصوص هوا در سطح دریا)

$$P = P_0 \exp\left[-\frac{\rho_0}{P_0} g (y - y_0)\right] \Rightarrow P = 10^5 \exp\left[-\frac{1.24}{10^5} \times 9.8 (2000 - 0)\right] = 7.804 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \Rightarrow \frac{7.804 \times 10^4}{10^5} = \frac{\rho}{1.24} \Rightarrow \rho = 0.97 \text{ kg/m}^3$$

✓ نکته: با افزایش ارتفاع (مقدار y) مقدار ρ و P کاهش می‌یابد.



✓ اتحاد و مقایسه های اندازه گیری فشار
فشار را می توان نسبت به هر مبنایی دلخواه بیان کرد؛ اما معمولاً یا نسبت به
صفر مطلق (خلأ کامل) بیان می شود یا نسبت به فشار اتمسفر محلی.

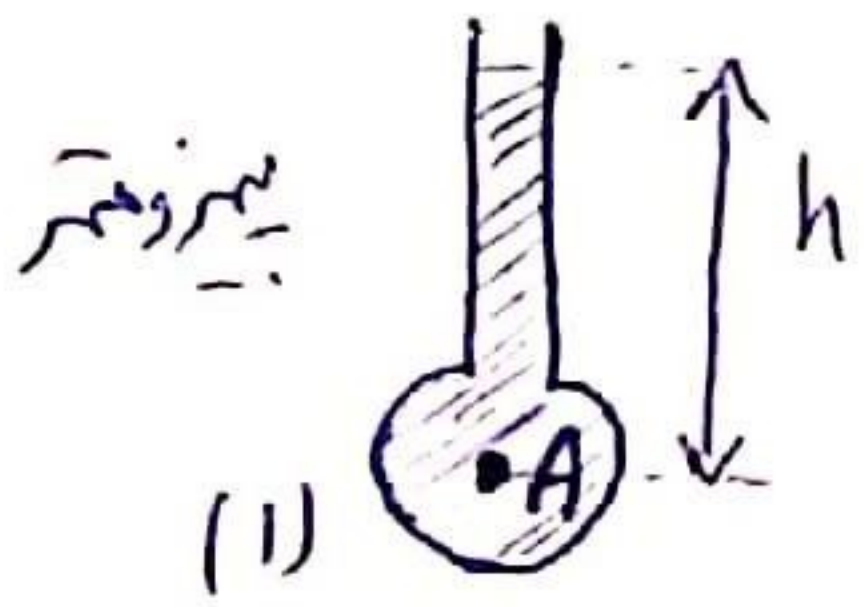
فشار نسبت به خلأ را فشار مطلق (Absolute pressure) (P_a) می نامند. فشار مطلق می تواند منفی باشد. فشار نسبت به اتمسفر
محلی را فشار نسبی (Gage pressure) (P_g) می گویند. فشار نسبی می تواند منفی باشد. فشار متوسط در سطح دریای 760 mmHg است.
✓ فشار را می توان بر حسب ارتفاع ستون مایع نیز بیان کرد که معادل نیروی وارد بر سطح در یک ستون مایع است و در این صورت
 $P = \gamma h = \rho g h$ است.

✓ فشار اتمسفر محلی را با بارومتر جیوه ای اندازه گیری می کنند. بارومتر جیوه ای لوله ای است شیشه ای که یک طرف آن بسته است
لوله را با جیوه پر کرده، وارونه نموده و انتهای باز آن را در ظرف جیوه ای غوطه ور می کنند. بارومتر دارای یک خط کش می باشد که
ارتفاع ستون جیوه از روی آن خوانده می شود.

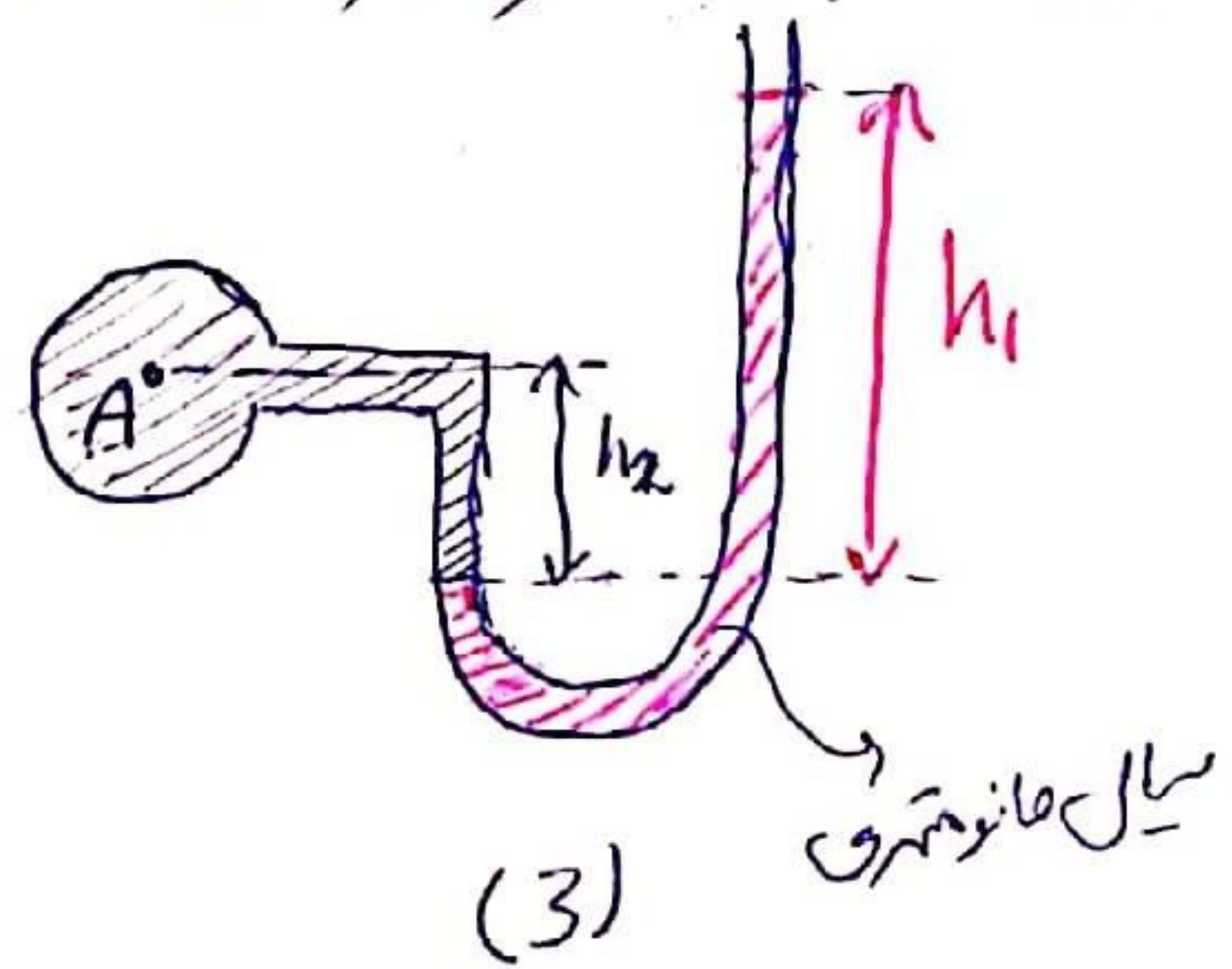
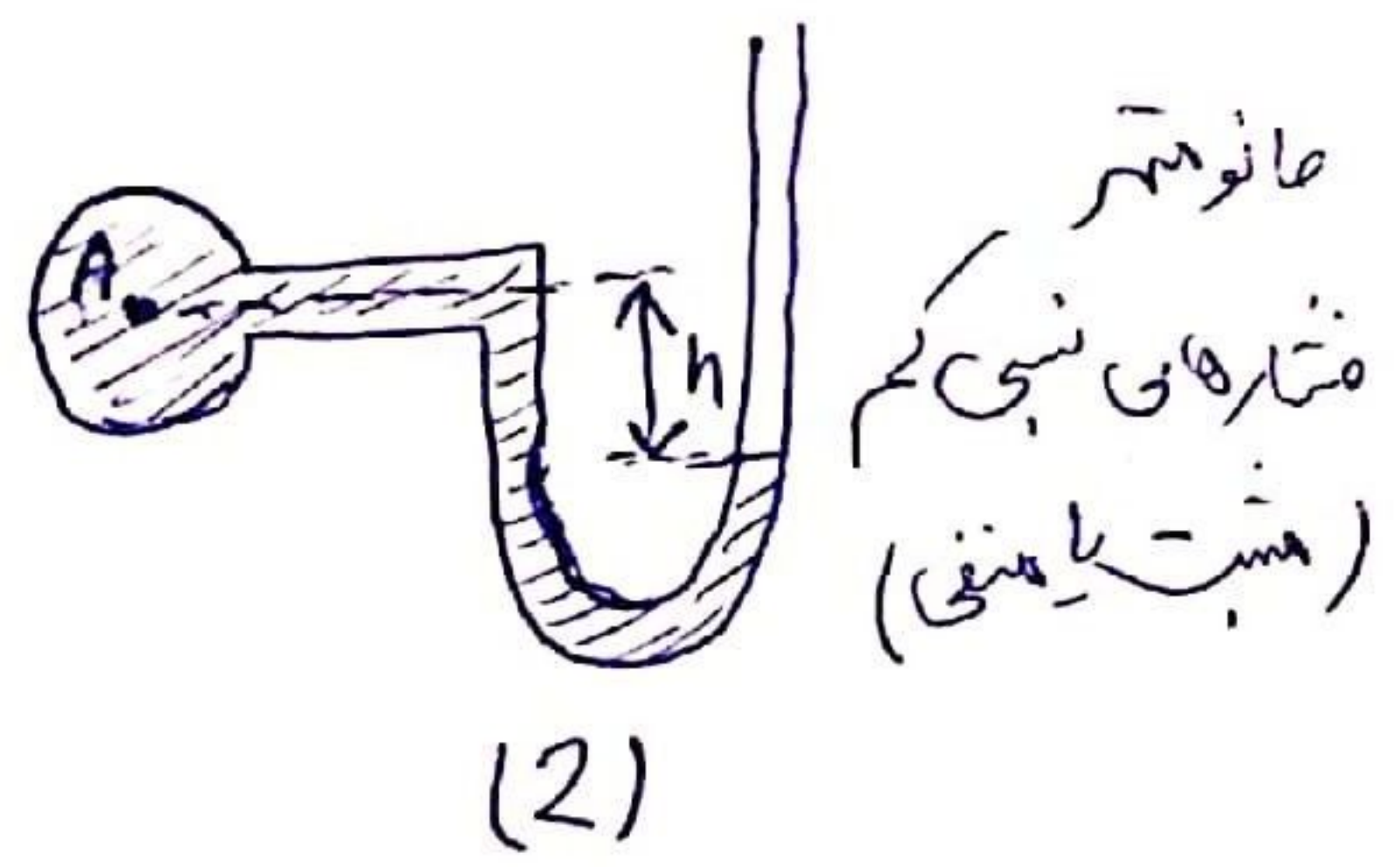


تقریباً
 $P_A = R + P^*$ فشار در نقطه A
 $P_A = 760 \text{ mmHg}$ در کنار دریا

✓ مانومتر: مانومترها وسایلی هستند که با جیوه نیروی از ستون مایع اختلاف فشار را اندازه گیری می کنند. ساده ترین مانومتر، پیرومتر است.
پیرومتر لوله ای شیشه ای است که به طور قائم نصب شده و انتهای آن به فضای داخل مخزن متصل می گردد.
مایع در لوله صعود می کند تا به تعادل برسد.



برای تعیین فشار در هر نقطه کافی است فاصله قائم آن نقطه تا سطح مایع داخل لوله را قیاس کنیم.
پیرومتر برای اندازه گیری فشارهای نسبی کاربرد دارد. (فشار منفی را نمی توان با آن اندازه گرفت)



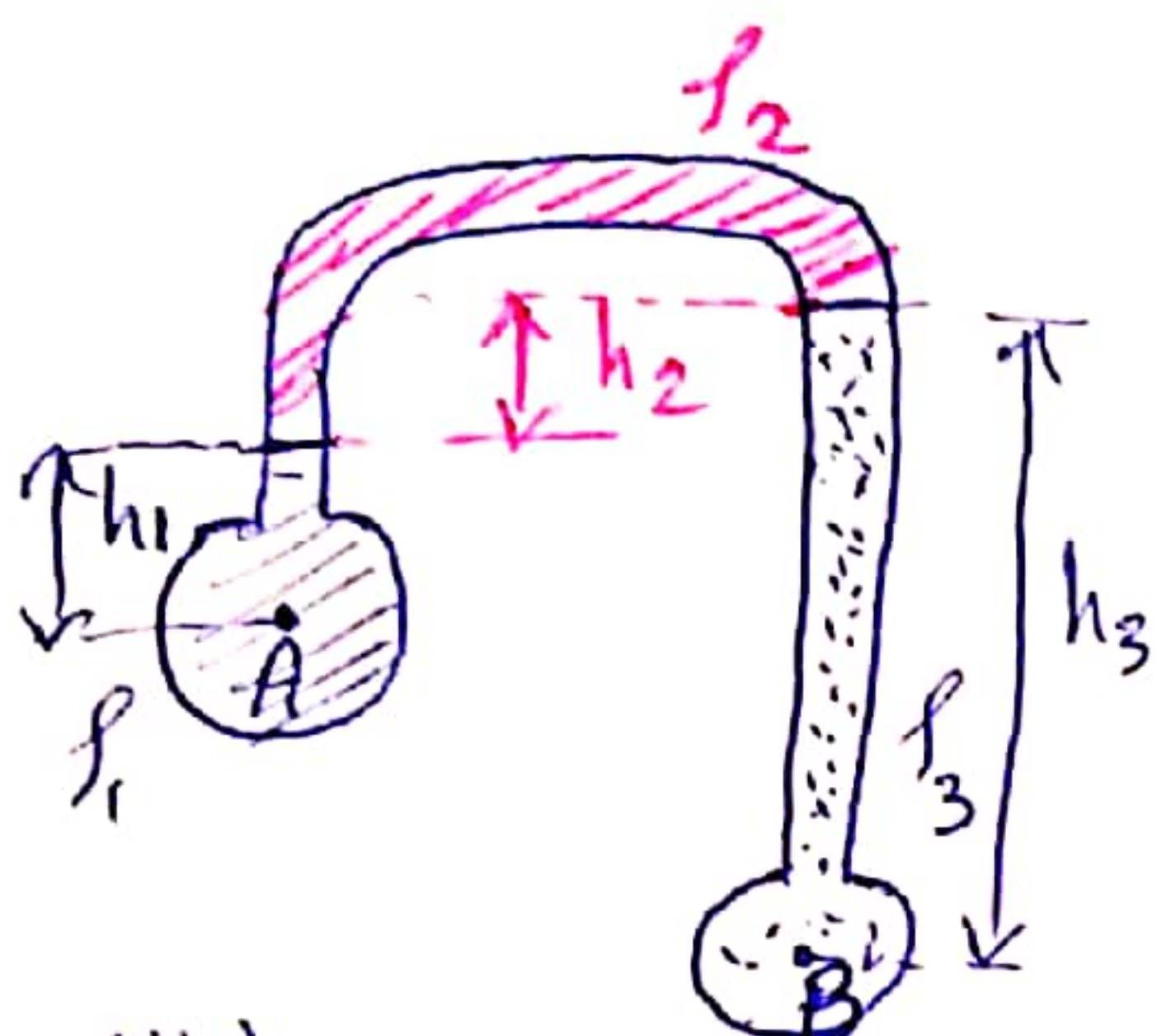
در نقاط هم ارتفاع داخل سیال فشارها برابر می باشند

✓ برای حل مسائل مانومتری به روش زیر عمل می شود:
(۱) از یک طرف مانومتر شروع کنید و فشار آن نقطه را بر حسب واحد مناسبی بیان کنید. (۲) در طول مانومتر حرکت کنید تغییر فشار از
یک سطح تا سطح مشترک بعدی را با فشار اولیه جمع جبری کنید. (اگر سطح مشترک بعدی پایین تر است جمع کنید و اگر بالاتر است کم کنید)
(۳) مرحله دوم را ادامه دهید تا به طرف دیگر مانومتر برسید. انفاه عبارت حاصله را در آن نقطه به معلوم و به مجهول باز قرار دهید.
با فشار

12 صفحه (1) شکل $P_A - \rho_1 g h_1 = 0 \Rightarrow P_A = \rho_1 g h_1$

(2) شکل $P_A + \rho_1 g h_1 = 0 \Rightarrow P_A = -\rho_1 g h_1$

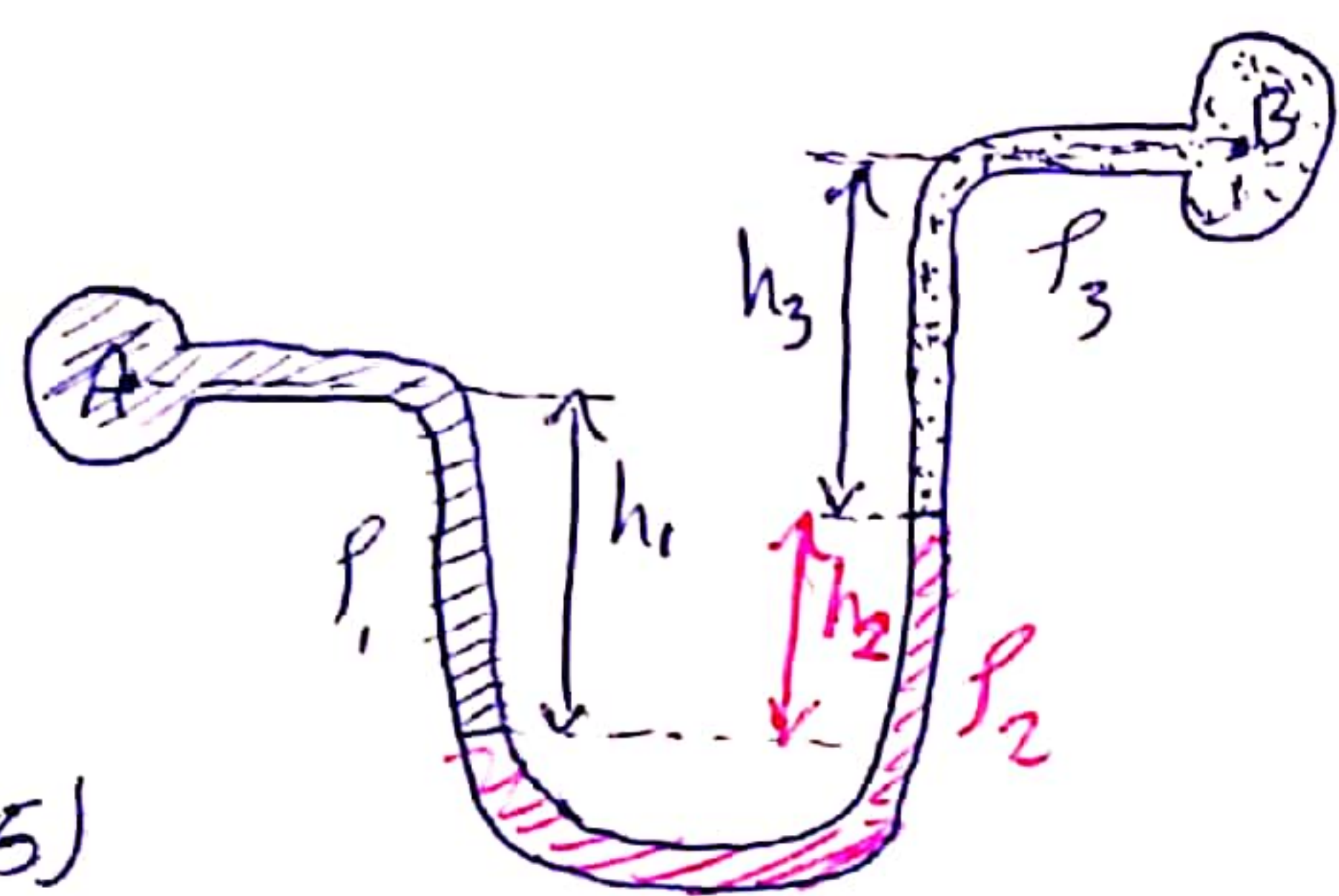
(3) شکل $P_A + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 = 0 \Rightarrow P_A = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 = g(\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2)$



(4)

(4) شکل $P_A - \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 = P_B$

$\Rightarrow P_A - P_B = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_3$



(5)

(5) شکل $P_A + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_3 = P_B$

$\Rightarrow P_A - P_B = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 - \rho_1 g h_1$

مثال: در شکل (4) در مخزن A و B آب وجود دارد. مایع مانومتری روغن با $S.G. = 0.8$ است. در صورتی که $h_1 = 300 \text{ mm}$

$h_2 = 200 \text{ mm}$ ، $h_3 = 600 \text{ mm}$ باشد. الف) $P_A - P_B$ را بر حسب Pa بیابید. ب) اگر $P_B = 50 \text{ kPa}$

و بارومتر عدد 730 mmHg را نشان دهد، فشار مطلق در نقطه A را بر حسب ستون آب چقدر است؟

الف)

(4) با توجه به رابطه $P_A - P_B = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_3 = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3$

$\Rightarrow P_A - P_B = \gamma_w \times 300 \times 10^{-3} + (0.8 \gamma_w) \times 200 \times 10^{-3} - \gamma_w \times 600 \times 10^{-3} \Rightarrow P_A - P_B = \gamma_w (-140) \times 10^{-3}$

$\Rightarrow P_A - P_B = 10^3 \times 9.8 (-140) \times 10^{-3} = -1372 \text{ Pa}$

ب) $S.G. = \frac{\rho}{\rho_w(4^\circ\text{C})}$ $0.8 = \frac{\rho}{\rho_w} \Rightarrow \rho = 0.8 \rho_w \Rightarrow \rho g = 0.8 \rho_w g \Rightarrow \gamma = 0.8 \gamma_w$

ب) $P_A = ?$ $P_A - P_B = -1372 \text{ Pa} \Rightarrow P_A - 50 \times 10^3 = -1372 \Rightarrow P_A = 48628 \text{ Pa}$

ب) $P_A = P_g + P_{\text{Barometer}}$

$P_{\text{Barometer}} = 730 \text{ mmHg}$

$P_A = 48628 \text{ Pa} = \rho_w g h_w = 1000 \times 9.8 \times h_w \Rightarrow h_w = 4.962 \text{ mH}_2\text{O}$

$P_{\text{Barometer}} = 730 \text{ mmHg} = h_{\text{Hg}}$ $\rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} = \rho_w g h_w \Rightarrow 13.6 \times 10^3 \times 730 \times 10^{-3} = 10^3 \times h_w \Rightarrow h_w = 9.928 \text{ mH}_2\text{O}$

13-3

$$P_{aA} = 4.962 + 9.928 = 14.89 \text{ m H}_2\text{O}$$

Extra#1) یک سانتی چوینر چند پاسکال. ثانیه است؟
 $1 \text{ cP} \rightarrow \text{Pa.s}$

Extra#2) دو لوله موئن با شعاع‌های متفاوت در دو ظرف حاوی آب و جیوه قرار دارند. اگر نسبت $\frac{h_f}{\rho}$ برای هر دو سیال یکسان باشد و زاویه تماس در لوله حاوی آب 30° باشد، زاویه تماس در لوله حاوی جیوه چقدر است؟

$$\frac{r_{\text{لوله حاوی آب}}}{r_{\text{لوله حاوی جیوه}}} = 5$$

Extra#3) واحد عبارت $\frac{\rho_0}{\rho} g (y - y_0)$ یا $\left[\text{این عبارت در رابطه } P_z = P_0 \exp\left[\frac{\rho_0}{\rho} g (y - y_0)\right]$ ظاهر می‌شود

Extra#4) اگر دانسیته هوا در سطح دریا 1.24 kg/m^3 باشد در چه دمای ثابت، در چه ارتفاعی فشار هوا 5000 Pa است؟